

Matemáticas Aplicadas

para Diseño de Videojuegos

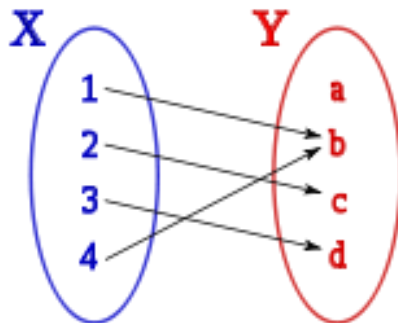
3. Funciones

Contenidos

- Función lineal.
- Tipos de Funciones.
- Dominio.
- Función cuadrática.
- Función exponencial y logarítmica.

¿Qué es una función?

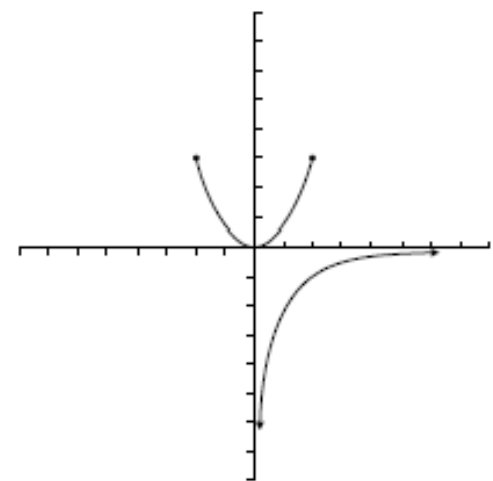
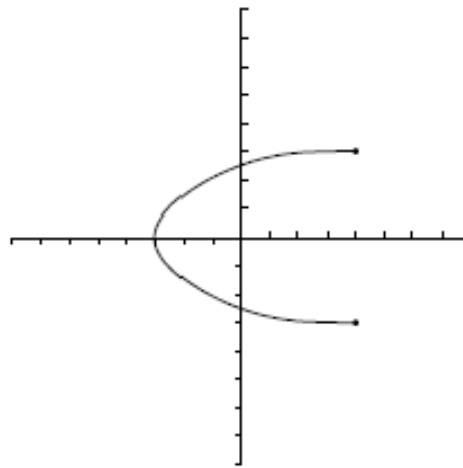
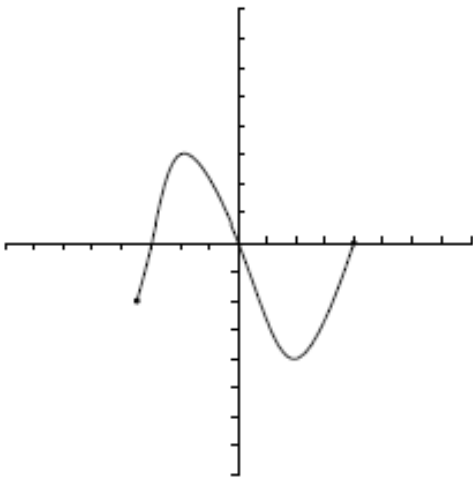
- Supongamos que tenemos 2 conjuntos: A y B, y que además tenemos una relación f entre los 2 conjuntos.
- f se llama función de A en B si y sólo si para cada elemento de A se tiene una imagen en B.



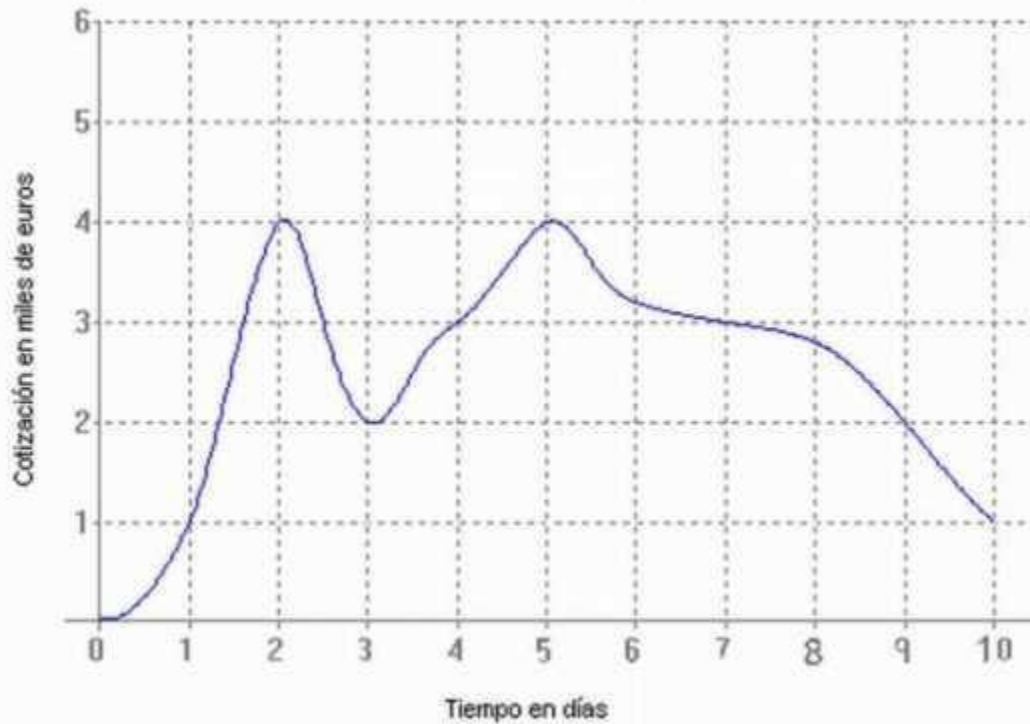
$$f: X \rightarrow Y$$

$$y = f(x)$$

¿Son funciones?



Las funciones nos rodean...



Dominio

- Conjunto de valores que puede tomar la variable x .
- Ejemplos:

$$f(x) = 3 * x + 1$$

$$Dom_f = \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$Dom_f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$f(x) = \frac{1}{1 - x}$$

$$Dom_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

Imagen

- Conjunto de valores que puede tomar $f(x)$.
- Ejemplo:

$$f(x) = 2^x$$

$$Im_f = \mathbb{R}^+$$

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$Im_f = [-1, \infty[$$

$$f(x) = \sqrt{-x}$$

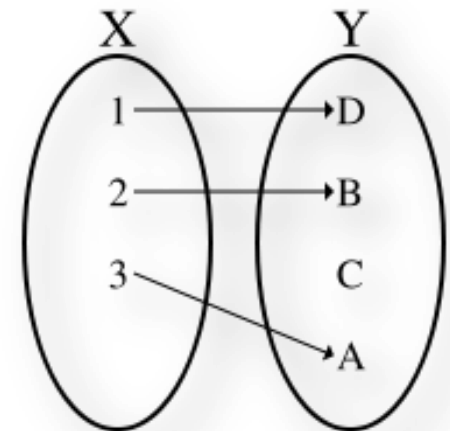
$$Im_f = [0, \infty[$$

Función Inyectiva

$$f: X \rightarrow Y$$

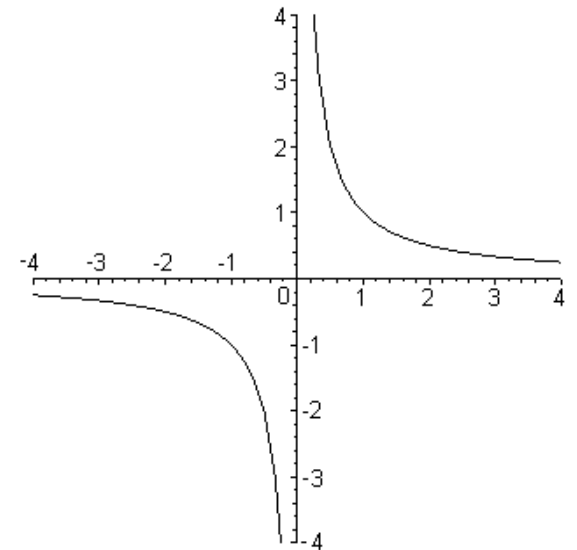
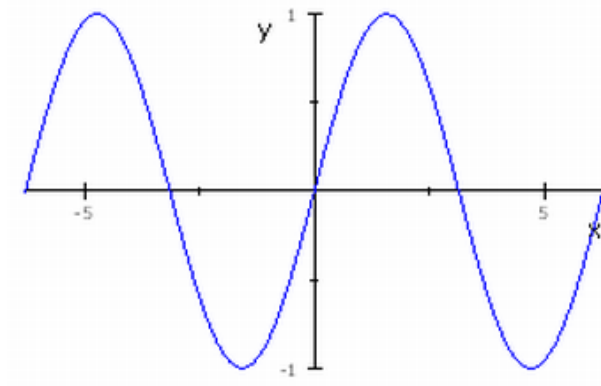
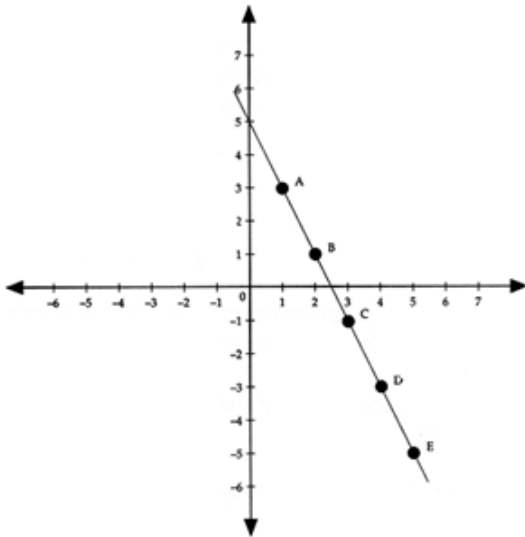
- Se dice inyectiva o uno a uno, si y sólo si a elementos distintos de X le corresponden imágenes distintas en Y .
- Esto quiere decir que:

Si $a, b \in X$, $f(a) = f(b)$, si y sólo si $a = b$



Función Inyectiva

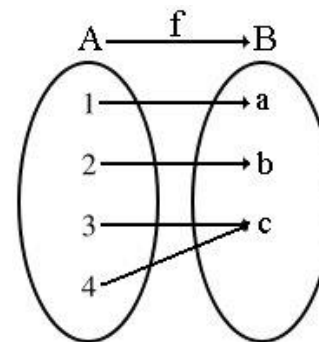
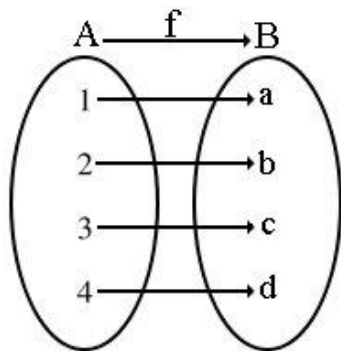
➤ ¿Son funciones Inyectivas?



Función Epiyectiva

$$f: X \rightarrow Y$$

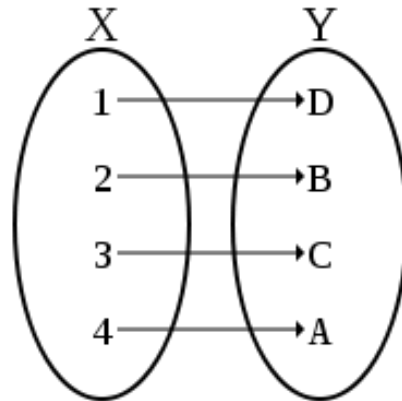
- Se dice epiyectiva o sobreyectiva si todos los elementos de Y es imagen de al menos un elemento de X . En otras palabras, si todo valor de Y se corresponde con algún valor de X



Función Biyectiva

$$f: X \rightarrow Y$$

- Se dice biyectiva si cada valor de Y se corresponde con un “único” valor de X , esto quiere decir que es inyectiva y epiyectiva a la vez.



¿Qué tipo de funciones son?

$$f(x) = 2^x$$

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{x}}$$

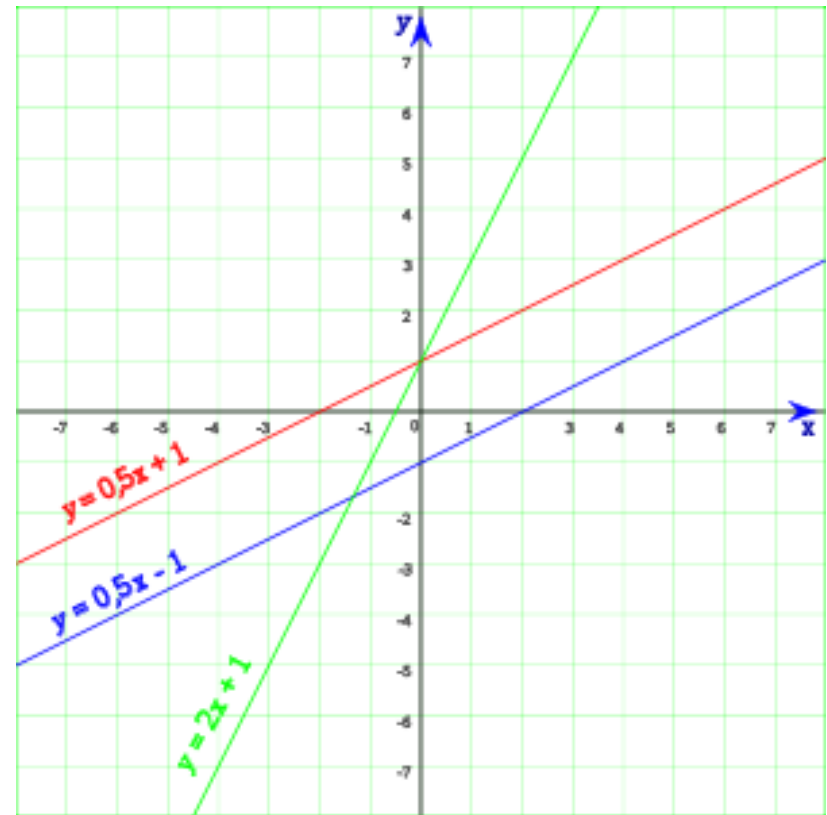
$$f(x) = \frac{1}{1 - x^2}$$

$$f(x) = x + 3$$

Función Lineal

$$f(x) = mx + n$$

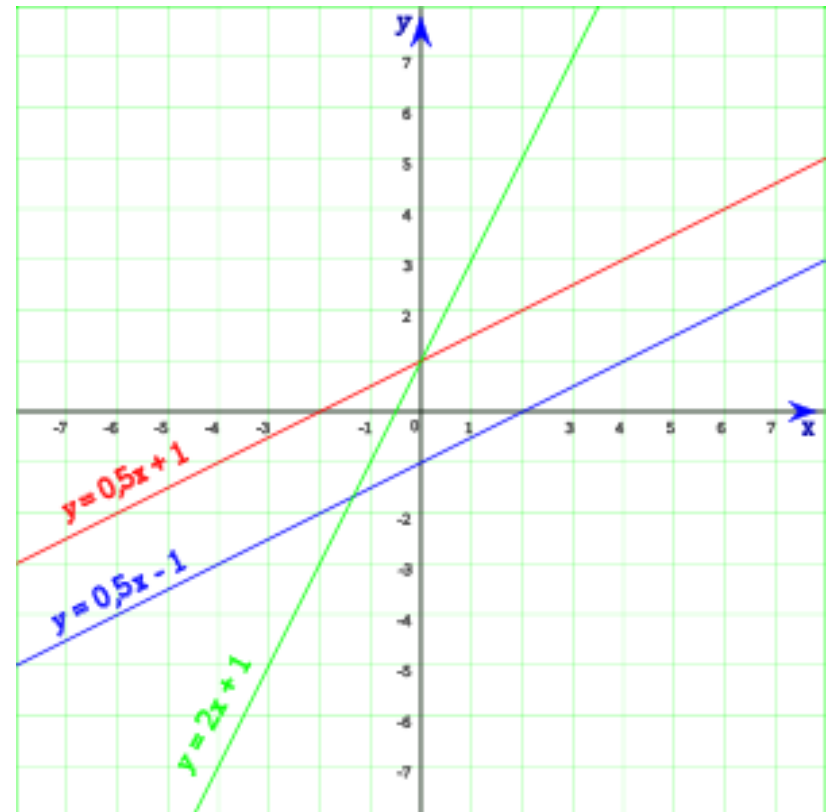
- Gráficamente tiene forma de una recta.



Función Lineal

$$f(x) = mx + n$$

- Si $m=0 \Rightarrow f(x) = n$.
 - Por lo que n es el corte en el eje y .
 - La función es constante.
- Si $m > 0$
 - La función es creciente.
- Si $m < 0$
 - La función es decreciente.



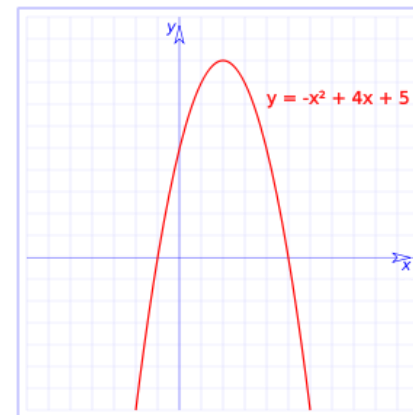
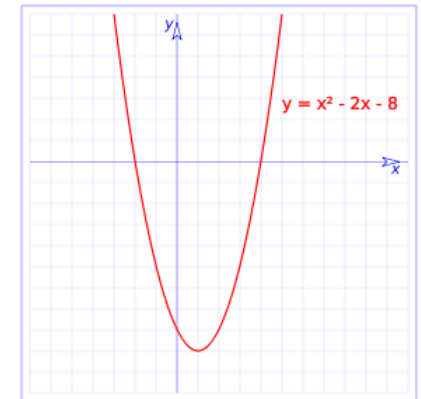
Función lineal



Función Cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

- Si $a < 0$
 - La parábola está orientada hacia abajo.
- Si $a > 0$
 - La parábola está orientada hacia arriba.

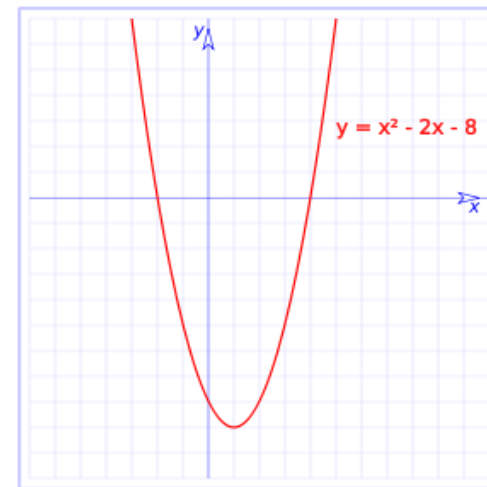


Función cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Corte en el eje y:

$$y = f(0) = c$$



- Corte en el eje x:

- Para esto se debe resolver la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0$$

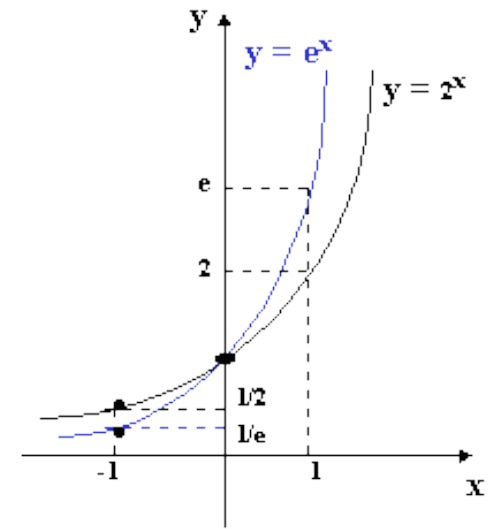
- Por lo que:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Función exponencial

$$f(x) = a^x, \text{ donde } a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

- Si $a > 1$
 - La función es creciente.
 - Para $x > 0$, la función siempre es mayor que 1.
 - Para $x < 0$, la función siempre está en $[0,1]$

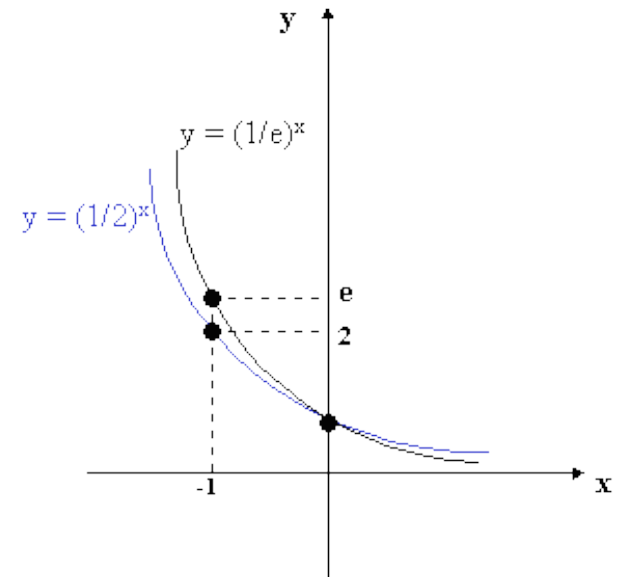


$$e = 2,7182\dots$$

Función exponencial

$$f(x) = a^x, \text{ donde } a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

- Si $0 < a < 1$
 - La función es decreciente.
 - Para $x < 0$, la función siempre es mayor que 1.
 - Para $x > 0$, la función siempre está en $[0,1]$



$$e = 2,7182\dots$$

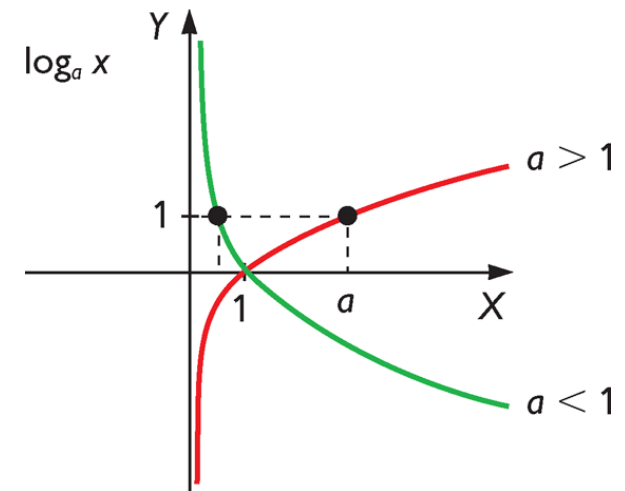
Función Exponencial



Función logarítmica

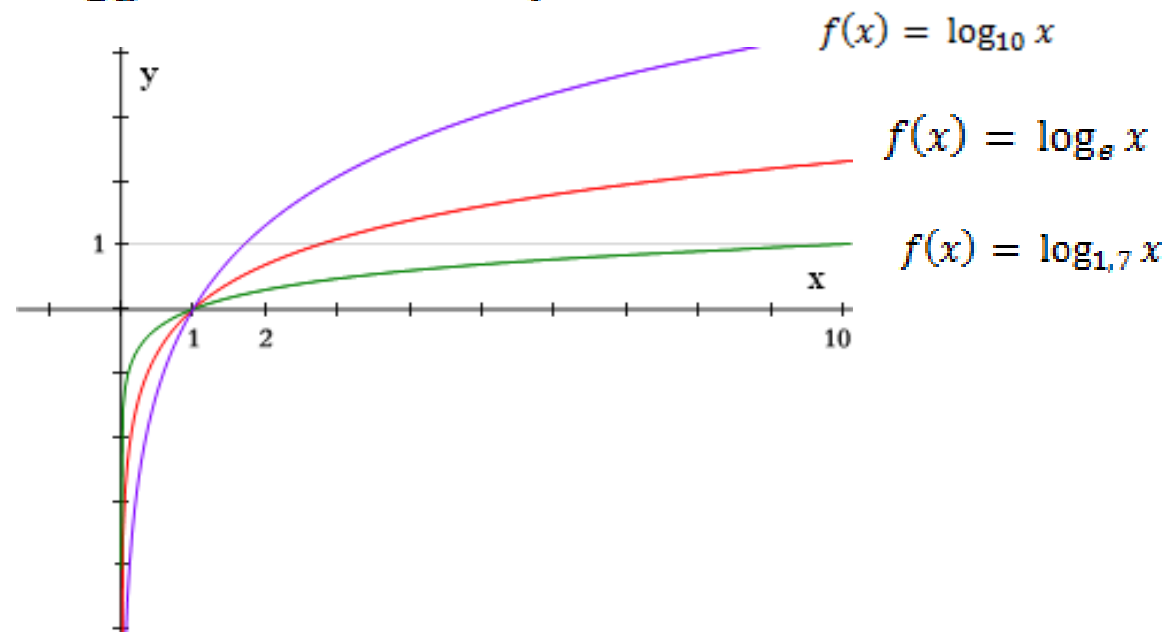
$$f(x) = \log_a x, \text{ donde } a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

- Para $x = 1$ la función siempre vale 0.
- Si $a > 1$
 - La función es creciente.
- Si $a < 1$
 - La función es decreciente.



Función logarítmica

$$f(x) = \log_a x, \text{ donde } a > 0 \text{ y } a \neq 1$$



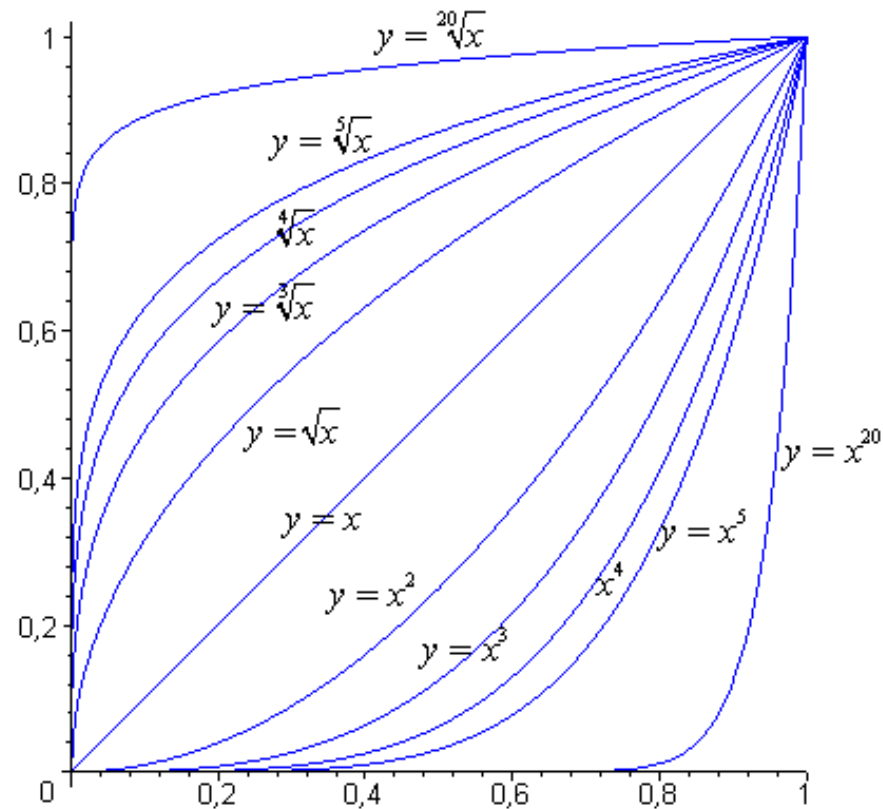
- Su crecimiento es menor que el de las funciones raíz de cualquier índice . $\sqrt[n]{x}$

Función logarítmica



Función raíz

$$f(x) = \sqrt[n]{x}$$



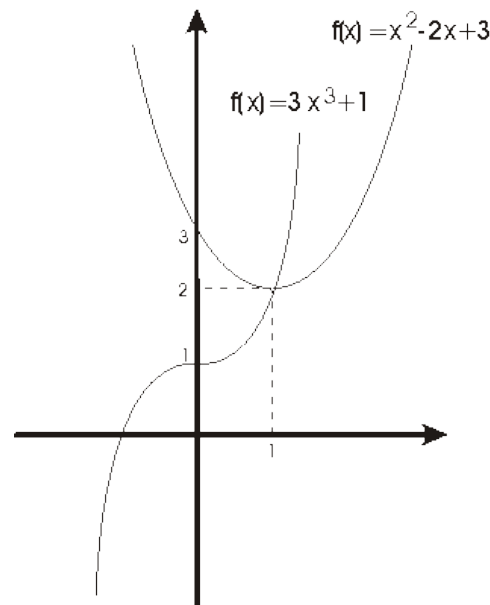
Función raíz

$$f(x) = \sqrt[n]{x}$$



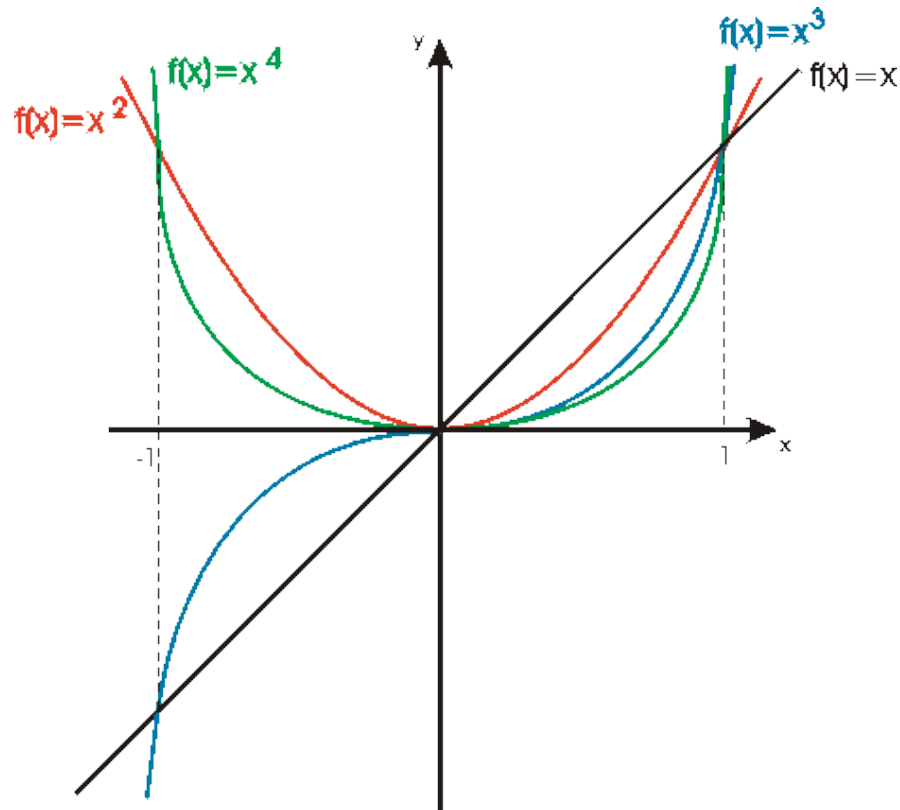
Función polinómica

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

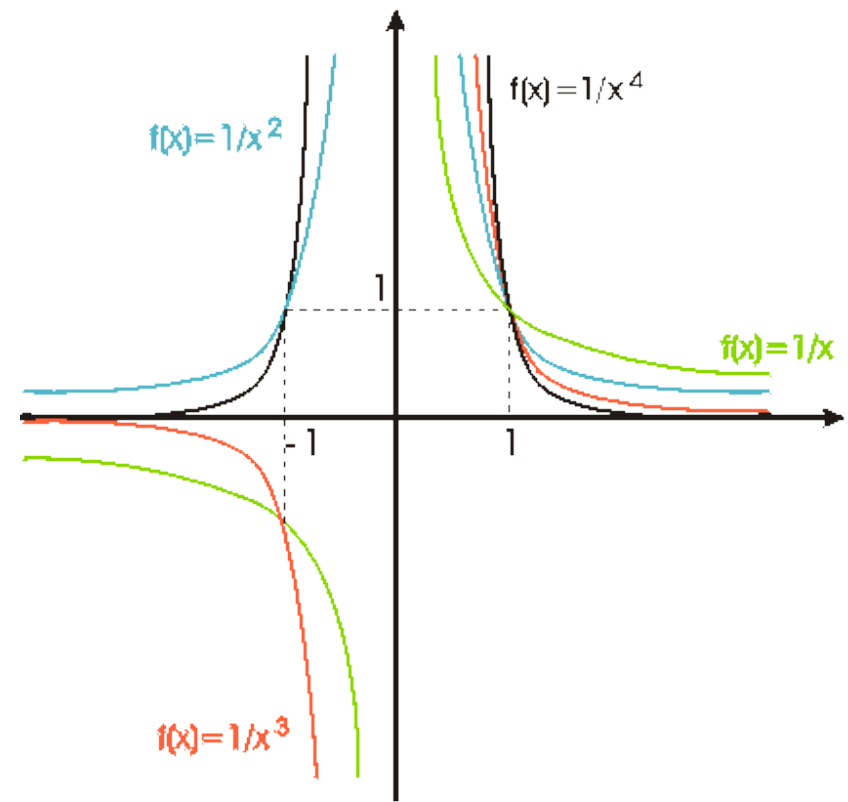


Funciones polinómicas

Funciones potenciales



Funciones potenciales: $f(x) = x^n$

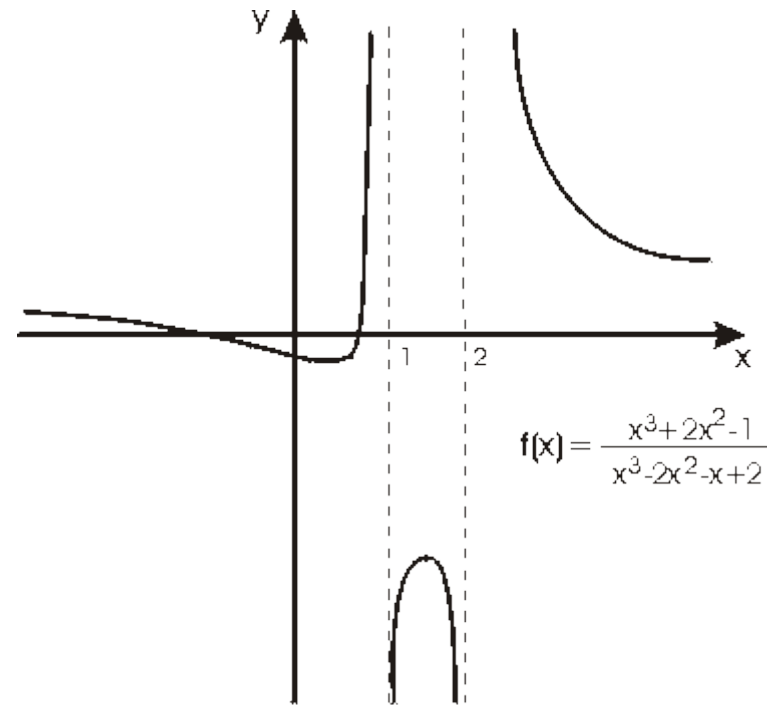
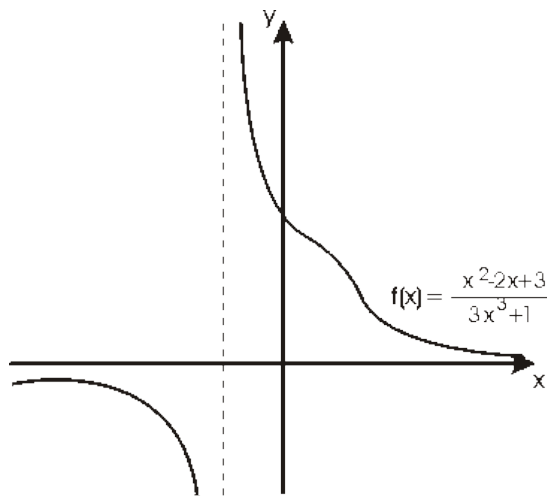


Funciones potenciales $f(x) = x^{-n}$

Función Racional

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_mx^m}$$



Tarea

- Muestren ejemplos de videojuegos, donde sus componentes (balas, protagonistas, elementos del mundo, etc.) tengan movimiento de las siguientes tipos de funciones.
- Función lineal.
- Función cuadrática.
- Función exponencial.
- Función logarítmica.
- Otro tipo de función (mostrar a cual se refiere).
- Una función con más de un rango de definición.
- Además para cada una de estas funciones debe mostrar sus propiedades: Dominio, Imagen y tipo de función.